# “Studying the dynamics of nonlinear interaction between enterprise populations”


| | |
|---|---|
| **AUTHORS** | Hennadii Ivanchenko http://orcid.org/0000-0002-8125-3303<br>Serhii Vashchaiev https://orcid.org/0000-0002-9444-9794<br>http://www.researcherid.com/rid/A-9495-2019 |



| | |
|---|---|
| **ARTICLE INFO** | Hennadii Ivanchenko and Serhii Vashchaiev (2018). Studying the dynamics of nonlinear interaction between enterprise populations. *Neuro-Fuzzy Modeling Techniques in Economics*, *7*(1), 44-61. doi:10.21511/nfmte.7.2018.03 |
| **DOI** | http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03 |
| **RELEASED ON** | Monday, 27 May 2019 |
| **RECEIVED ON** | Monday, 25 June 2018 |
| **ACCEPTED ON** | Wednesday, 12 December 2018 |



| | |
|---|---|
| **LICENSE** | This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License |



| | |
|---|---|
| **JOURNAL** | "Neuro-Fuzzy Modeling Techniques in Economics" |
| **ISSN PRINT** | 2306-3289 |
| **ISSN ONLINE** | 2415-3516 |
| **PUBLISHER** | LLC “Consulting Publishing Company “Business Perspectives” |
| **FOUNDER** | State Higher Educational Establishment "Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman" |

| NUMBER OF REFERENCES | NUMBER OF FIGURES | NUMBER OF TABLES |
|---|---|---|
| 32 | 9 | 1 |



© The author(s) 2026. This publication is an open access article.

BUSINESS PERSPECTIVES

Publisher

LLC "CPC "Business Perspectives"
Hryhorii Skovoroda lane, 10,
Sumy, 40022, Ukraine

www.businessperspectives.org

V. HETMAN KNEU

Founder

State Higher Educational Establishment "Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman",
Prospect Peremogy, 54/1,
Kyiv, 03057, Ukraine

https://kneu.edu.ua/

**Received on:** 25th of June, 2018
**Accepted on:** 12th of December, 2018

© Hennadii Ivanchenko, Serhii Vashchaiev, 2018

Hennadii Ivanchenko, Ph.D. (Technical Sciences), Docent, Professor of Department of Information Systems in Economics, State Higher Educational Establishment "Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman", Ukraine.

Serhii Vashchaiev, Ph.D. (Economic Sciences), Docent, Director of the Institute of Information Technologies in Economics State Higher Educational Establishment "Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman", Ukraine.

This is an Open Access article, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license, which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Hennadii Ivanchenko** (Ukraine), **Serhii Vashchaiev** (Ukraine)

# STUDYING THE DYNAMICS OF NONLINEAR INTERACTION BETWEEN ENTERPRISE POPULATIONS

## Abstract

The article highlights the results of a study of the dynamic evolutionary processes of trophic relations between populations of enterprises. A model based on differential equations is constructed, which describes the economic system and takes into account the dynamics of the specific income of competing populations of enterprises in relations of protocooperation, nonlinearity of growth and competition. This model can be used to analyze the dynamics of transient processes in various life cycle scenarios and predict the synergistic effect of mergers and acquisitions. A bifurcation analysis of possible scenarios of dynamic modes of merger and acquisition processes using the neural network system of pattern recognition was carried out. To this end, a Kohonen self-organizing map has been constructed, which recognizes phase portraits of bifurcation diagrams of enterprises life cycle into five separate classes in accordance with the scenarios of their development. As a result of the experimental study, characteristic modes of the evolution of economic systems were revealed, and also conclusions were made on the mechanisms of influence of the external environment and internal structure on the regime of evolution of populations of enterprises.

**Keywords** modeling, evolution, merger, acquisition, self-organization, Kohonen map, bifurcation analysis, attractor

**JEL Classification** C22, C53, D58, E11, O11

**Г.Ф. Іванченко** (Україна), **С.С. Ващаєв** (Україна)

# ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ НЕЛІНІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПОПУЛЯЦІЙ ПІДПРИЄМСТВ

## Анотація

Стаття висвітлює результати дослідження динамічних еволюційних процесів трофічних відносин між популяціями підприємств. Побудовано модель поведінки економічної системи на основі диференціальних рівнянь, що враховує динаміку питомих доходів конкуруючих популяцій підприємств у відносинах протокооперації, нелінійності зростання та конкуренції і може застосовуватися для аналізу динаміки перехідних процесів у різних сценаріях життєвих циклів, а також для прогнозування синергетичного ефекту злиття та поглинання. Проведено біфуркаційний аналіз можливих сценаріїв динамічних режимів проходження процесів злиття та поглинання з використанням нейромережевої системи розпізнавання образів. З цією метою у статті побудовано самоорганізаційну карту Кохонена, яка здійснювала розпізнавання фазових портретів біфуркаційних діаграм життєвого циклу підприємств за п'ятьма окремими класами, відповідно до сценаріїв їх розвитку. В результаті проведеного експериментального дослідження виявлено характерні режими перебігу еволюції економічних систем, зроблено висновки щодо механізмів впливу зовнішнього середовища та внутрішньої структури на режим еволюції популяцій підприємств.

**Ключові слова** моделювання, еволюція, злиття, поглинання, самоорганізація, карта Кохонена, біфуркаційний аналіз, атрактор

**Класифікація JEL** C22, C53, D58, E11, O11



http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

Сьогодні в економічній науці активно розвивається еволюційна економічна теорія. Це зумовлено тим, що ортодоксальні методологічні підходи вже не можуть адекватно й вичерпно пояснити і прогнозувати явища соціального буття. В Україні цей процес за часом корелює з інтенсифікацією досліджень у сфері інформаційних технологій, а в галузі економічної політики ці тенденції пов'язані з необхідністю модернізації соціально-економічної системи України у нестабільному економічному середовищі.

Теоретичні основи таких досліджень становлять праці вітчизняних і зарубіжних авторів з проблем еволюційної економічної теорії, проходження процесів злиття та поглинання (англ. Mergers and Acquisitions, M&A). З-поміж фундаторів теорії особливо вирізняються такі дослідники: Алчіян [1], Веблен [29], Мальтус [21], Нельсон [22], Сильверберг [27], Сміт [28], Уінтер [22], Ходжсон [18, 19], Шумпетер [24, 25].

Еволюційна економічна теорія надає інструментарій для опису та пояснення економічних процесів з позицій біофізики. Зокрема, на основі класичної моделі математичної біофізики, що описує динаміку чисельності популяцій, які взаємодіють за принципом «хижак–жертва», вдається описати трофічний ланцюг міжпопуляційних відносин для отримання ресурсів (сировини, енергії, фінансових, трудових, інформаційних тощо), що реалізується шляхом M&A одних підприємств іншими. У такому контексті популяції – це множини представників подібного між собою типу підприємств, які належать до одного рівня трофічної мережі та характеризуються обмеженістю доступних ресурсів. Розрізняють такі популяції: продуцента, котра надає сировину; консумента (потенційного конкурента), що є «хижаком» стосовно «продуцента» і «жертвою» щодо «хижака»; «хижака», що є господарюючим суб'єктом, якого прийнято вважати верхнім трофічним рівнем мережі.

Попри вагомий внесок у розроблення цієї проблематики, трансформації в економіці зумовлюють об'єктивну необхідність постійного пошуку нових підходів у дослідженні та моделюванні економічних процесів, прогнозуванні синергетичного ефекту M&A, створенні нових економіко-математичних моделей динаміки еволюційних процесів трофічних відносин популяцій підприємств. Окреслені питання визначають актуальність обраної для дослідження теми.

Метою дослідження є аналіз і подальший розвиток методів та економіко-математичних моделей еволюційних процесів трофічних відносин на прикладі популяцій підприємств.

Для досягнення цієї мети в статті поставлені та вирішені такі завдання:

- дослідження життєвого циклу розвитку підприємств (ЖЦП) за еволюційною траєкторією у тривимірному просторі (час, синергетичний ефект M&A, сценарії ЖЦП);
- визначення основних принципів і мотивів синергії еволюції життєвого циклу популяцій підприємств, розроблення еволюційного підходу до оцінювання синергетичного ефекту M&A підприємств;
- побудова моделі для мережі трофічних відносин, що описує економічну систему та враховує динаміку чисельності конкуруючих популяцій у відносинах протокооперації, нелінійність зростання та конкуренції;
- біфуркаційний аналіз можливих сценаріїв динамічних режимів функціонування системи M&A з використанням систем розпізнавання образів на основі карт Кохонена, виявлення характерних режимів перебігу еволюції популяцій підприємств;
- проведення експериментального аналізу з формулюванням висновків щодо механізмів впливу зовнішнього середовища та внутрішньої структури на режим еволюції популяцій підприємств.

Аналіз сучасного стану та тенденцій розвитку світової економічної системи [4, 10] свідчить про те, що подальші роки характеризуватимуться посиленням невизначеності на ринках і новими хвилями кризи, а сучасний етап розвитку буде розглядатися як біфуркаційний, у ході якого формується новий глобальний світовий порядок (переформовуються держави-лідери, ускладнюється світова інституційна структура та ін.). Це обумовлюється неперервним розвитком економічних, політичних і технологічних процесів, що приводить до загострення суперечностей у системі (як між складовими елементами, так і між різними рівнями).

http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

Істотно нелінійна динаміка взаємодіючих складових (популяцій елементів) потребує спільного застосування як чисельних, так і аналітичних методів. Аналітичні дослідження дають змогу використовувати результати якісної теорії диференціальних рівнянь і теорії біфуркацій [3] у моделюванні популяційної динаміки.

У період протікання еволюційного процесу відбувається повільне накопичення змін параметрів як системи в цілому, так і її компонентів, відповідно до яких у точці біфуркації система вибере один з можливих для неї атракторів. У результаті такого переходу система сформує нову дисипативну структуру (відкриту нелінійну систему, яка рухається в напрямку мінімуму вільної енергії), що відповідає обраному атрактору. Це відбувається в процесі адаптації до змінених умов зовнішнього середовища. Розвиток дисипативних систем може бути як перехідним нестійким, що відповідає процесу релаксації від початкової до граничної множини станів, так і сталим стаціонарним, фазова траєкторія якого цілковито належать граничній множині.

У процесі зміни параметрів динамічної системи може змінюватися кількість точок рівноваги та їхня стійкість. Такі зміни нелінійної системи, пов'язані зі зміною її параметрів, є предметом теорії біфуркацій [4, 10, 12, 15, 16, 23, 26]. Ті значення параметрів, за яких змінюються якісні або топологічні властивості руху точок, є критичними біфуркаційними значеннями.

Якщо коливання (флуктуації) виводять систему зі стану рівноваги, її розвиток стає непередбачуваним, у системі відбуваються якісні зміни та з'являються нові емерджентні властивості. У такому випадку нерівноважна підсистема в процесі взаємодії з іншими підсистемами починає хаотично взаємодіяти з усіма елементами системи, що приводить до врівноваженості з непередбачуваними результатами для системи в цілому [2, 4, 7, 9, 20].

Будь-яка з описаних можливостей реалізується проходженням системи через точку (зону) біфуркації, спричиненої флуктуаціями, в якій система набуває нестійкості. Точка біфуркації є переломним моментом у розвитку системи (катастрофою), коли вона здійснює вибір подальшого шляху. Це точка розгалуження варіантів подальшого розвитку популяцій досліджуваних об'єктів.

Самоорганізація, як процес узгодженості та впорядкованості взаємозв'язків між елементами економічної системи, зумовлює зміну її стану. Під впливом синергетичної когерентної передачі флуктуацій по системі вона набуває нових ознак свого розвитку.

Самоорганізація популяцій – це здатність системи елементів популяції самостійно підтримувати або вдосконалювати рівень своєї організації зі зміною зовнішніх або внутрішніх умов її існування. Її діяльність з урахуванням минулого досвіду спрямовується на збереження цілісності системи, підвищення стійкості, забезпечення нормального функціонування і розвитку.

У ході самоорганізації система пов'язана з дією зовнішніх стосовно неї сил, факторів і причин. У свою чергу, у процесі самоорганізації впорядковані зміни системи зумовлені внутрішніми чинниками і властивими їй силами, отже їхня причина криється в самій системі.

Чим більша кількість підприємств у популяції втягнена в реструктуризаційні зміни, тим активнішими будуть процеси самоорганізації. Активність самоорганізації систем мезорівня визначає стан самоорганізації економіки в цілому.

Результатом самоорганізації стає виникнення, взаємодія, злиття і поглинання та відновлення динамічних підсистем, складніших в інформаційному сенсі, ніж елементи (об'єкти), з яких вони виникають. Економічна система мезорівня та її складові є динамічними утвореннями. Залежно від чинника впливу процеси самоорганізації в популяціях систем мезорівня можна класифікувати як такі, що є результатом цілеспрямованої діяльності людини, і такі, що стають наслідком хаотичної взаємодії їх функціональних підсистем.


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

Згідно з принципами самоорганізації структура популяцій підприємств, як соціально-економічної системи, першою зазнає змін у точці біфуркації, за нею змінюються зв'язки елементів системи, їх функціонування та поведінка загалом. В еволюційний період розвитку структура популяцій забезпечує стабільність, стійкість, зменшуючи флуктуації, що виникають всередині та походять із зовнішнього середовища [31].

Самоорганізація системи пов'язана зі здатністю до самовідтворення та відновленням втрачених елементів і підсистем, тобто до аутопоезису. Аутопоезис, притаманний природним і біологічним системам, також проявляється в системах соціально-економічних, оскільки їхнім ядром є людина. Відкритість, активність, самоорганізація та аутопоезис соціально-економічних систем спричинюють їх інертність до управлінських впливів, тобто вони реагують на управління із запізненням.

Поведінка системи може підлягати певним змінам у часі. Стаціонарність є властивістю перебігу процесів у системі, коли принципи функціонування системи не змінюються в часі. Будь-яка система в певний момент часу характеризується своїм станом і напрямком руху. Популяція підприємств, як і будь-яка система, може перебувати у двох станах: стійкому (статичному) або нестійкому (динамічному) [4, 10, 17, 22, 23, 26].

Стійкий стан виробничої системи характеризується ритмічним випуском продукції та стабільним попитом на неї, належним матеріально-технічним і кадровим забезпеченням, сприятливим психологічним кліматом у колективі.

Якщо економічна система не перебуває у рівноважному стані, то вона рухається під дією внутрішніх або зовнішніх збурень. У цьому випадку реалізується поведінка динамічної системи, яка може суттєво змінюватись, залежно від її структури та властивостей. Принципово різними є два сценарії розвитку подій після того, як система зазнала певного збурення ззовні: повернення до початкового стану або подальше віддалення від нього. Ці можливості описуються поняттям стійкості.

Розрізняють стійкі (структурно стійкі) та нестійкі системи. Під структурною стійкістю системи розуміють її здатність повертатись в стан рівноваги, якщо вона була виведена із нього. В такому випадку стан рівноваги є стабільним (стійким). Другому сценарію відповідає нестабільна (нестійка) поведінка системи.

Система перебуває в рівноважному режимі, якщо її стан не змінюється в часі (в просторі станів жодна з координат системи не змінюється). У рівноважному стані система може перебувати лише в певних, так званих особливих точках. Рівновага системи – це такий її стан, який зберігається за відсутності зовнішніх впливів. Стійкий стан в роботі виробничого підприємства можна забезпечити в першу чергу створенням ефективної системи управління, яка б дозволила цілеспрямовано адаптувати діяльність компанії до мінливого середовища, мінімізуючи витрати.

Нестійкий стан в роботі виробничого підприємства характеризується неритмічним випуском продукції та низьким попитом на неї, несвоєчасними поставками, незадовільним рівнем матеріально-технічного забезпечення, негативним психологічним кліматом. Такий стан може бути наслідком впливу як зовнішніх, так і внутрішніх чинників.

Поєднання або, навпаки, зіткнення інтересів без регулювального впливу певної підсистеми можна назвати процесом адаптації, яка може проявлятись через саморегулювання, самонавчання, самоорганізацію та самовдосконалення. У випадку саморегулювання реакція системи на зміни середовища обумовлюється заходами та діями, чітко визначеними спеціальною програмою. Самонавчання системи передбачає її здатність корегувати програми реагування. При самоорганізації відбувається як корекція програми реагування, так і зміна внутрішньої структури системи. Самовдосконалювані системи виявляють здатність до перебудови своєї структури не тільки в межах заданого набору елементів, але й за рахунок його розширення новими складовими.

У цій статті розвиток економічної системи аналізується в контексті дослідження динамічних еволюційних процесів у мережі трофічних відносин – рядів взаємопов'язаних видів, у яких кожний попередній є об'єктом живлення наступного. Так, у молочній галузі, яка досліджується у даній статті, елементами мережі є: продуцент (корови), сировина (молоко), консумент (потенційний конкурент), хижак (покупець). Модель поведінки економічної системи базується на диференціальних рівняннях [14], розроблених відповідно до методики Лотки-Вольтерри, яка враховує еволюційну динаміку чотирьох взаємодіючих популяцій: «продуцент» ( $x_1(t)$ ) → «сировина» ( $x_2(t)$ ) → «консумент» ( $x_3(t)$ ) → «покупець» ( $y(t)$ ):

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_{11}\cdot\left(x_1(t)-\dfrac{x_1(t)^2}{K_1}\right)+a_{12}\cdot x_1(t)\cdot x_2(t)-a_{13}\cdot x_1(t)\cdot x_3(t)-a_{14}\cdot x_1(t)\cdot y(t)-\xi(t-\theta) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = a_{22}\cdot\left(x_2(t)-\dfrac{x_2(t)^2}{K_2}\right)+a_{21}\cdot x_2(t)\cdot x_1(t)-a_{23}\cdot x_2(t)\cdot x_3(t)-a_{24}\cdot x_2(t)\cdot y(t) \\ \dfrac{dx_3}{dt} = a_{33}\cdot\left(x_3(t)-\dfrac{x_3(t)^2}{K_3}\right)+a_{31}\cdot x_3(t)\cdot x_1(t)+a_{32}\cdot x_3(t)\cdot x_2(t)-a_{34}\cdot x_3(t)\cdot y(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = a_{44}\cdot\left(y(t)-\dfrac{y(t)^2}{K_4}\right)+a_{41}\cdot y(t)\cdot x_1(t)+a_{42}\cdot y(t)\cdot x_2(t)+a_{43}\cdot y(t)\cdot x_3(t) \\ NPVS=\sum_{l=1}^{n}\dfrac{\Delta y_l}{(1+r_e)^l}-P-E \end{cases} \quad (1)$$

Тут $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, y(t) – питомі доходи *i*-ї популяції трофічної мережі для економічної системи; $\Delta y_l$ - потік коштів у рік *l* для акціонерів у результаті M&A; NPVS – чистий приведений ефект синергії (англ. Net Present Value Synergies); *re* – річна ставка дисконтування; *P* – премія, що виплачується акціонерам при поглинанні; *E* – супутні витрати покупця в ході M&A; $\xi(t)$ – стохастична складова; $K_{i=\overline{1,4}}$, (*K*2=*f*(*K*1), *K*3=*f*(*K*1, *K*2), *K*4=*f*(*K*1, *K*2, *K*3)), – коефіцієнти доступності трофічних ресурсів (граничні густини насичення максимального обсягу ринку для популяцій підприємств або місткість середовища, що може підтримувати існування в популяції не більше $K_{i=\overline{1,4}}$ особин; весь ринок становить *K*4=*f*(*K*1, *K*2, *K*3)); $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ – збільшення швидкості зростання питомих доходів популяції відповідного рівня трофічного ланцюга, що залежить від джерела доходів; $a_{ij}$ – параметри системи, коефіцієнти в рівняннях еволюції, усереднені ринкові еволюційні мультиплікатори (коефіцієнти конкуренції), які можуть бути постійними, а можуть цілеспрямовано регулюватись; $a_{ii}$ – мультиплікатор збільшення швидкості зростання питомих доходів (питомі швидкості росту) *i*-тої популяції підприємств, що залежить від джерела доходів (чим кращий стан популяції, тим більше значення $a_{ii}$).

Коефіцієнти $a_{ii}$ можна трактувати як потенційно можливе річне зростання доходів (або збільшення продукції в натуральному вираженні) за умови необмеженого ринку та відсутності конкуренції. Зростання доходів припиняється після насичення ринку або навіть зменшується через дії конкурента, але зазначені коефіцієнти аіі залишаються постійними протягом усього процесу.

Внутрішньопопуляційна конкуренція врахована другим від'ємним членом у рівняннях моделі (1) та має величину $\frac{x_{i=\overline{1,3}}(t)^2}{K_i}, \frac{y(t)^2}{K_4}$, яка характеризує зниження швидкості зростання питомих доходів


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

підприємства через вплив конкуруючих підприємств на цьому рівні трофічних відносин. Урахування внутрішньовидової популяційної конкуренції за ресурси (фінансові, трудові, природні тощо) забезпечує зворотний зв'язок. Це означає, що в міру вичерпання ресурсу приріст виду уповільнюється нелінійно (квадратично), хоча коефіцієнти aii залишаються постійними. Внутрішньопопуляційну конкуренцію для окремого підприємства можна пояснити за аналогією з вичерпанням ринку (дуополія) або ресурсу (дуопсонія). Повну аналогію з біологічними системами можна відзначити в конкуренції популяцій підприємств або галузей, яким притаманні обидва види взаємодії.

Кожна популяція підприємств, досягнувши сталого стану, автоматично займає відповідний сегмент ринку. На відміну від біологічних популяцій, економічні суб'єкти можуть заздалегідь свідомо домовитися про розподіл ринку.

Зауважимо, що економічні характеристики $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, y(t) можна інтерпретувати як річні випуски реалізованої продукції (доходи) підприємств відповідної популяції. Для економічної системи це можуть бути такі показники: обсяг виробництва, кількість клієнтів, прибуток, капіталізація, питомі доходи популяції на одиницю капіталу тощо. Категорія «доходи» в цьому випадку краще відповідає процесу, ніж категорія «прибуток», оскільки прибуток прямо не відповідає обсягу ринку $K_{i=\overline{1,4}}$, який заповнюється продукцією. Величини $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, y(t) можна взяти і в натуральному значенні. Процес конкуренції не може розпочатись за нульових значень доходів популяцій або готової продукції, тобто $x_{i=\overline{1,3}}(0)$, $y(0) > 0$. Біологічна аналогія така: щоб отримати сировинну базу (корми для продуцента), поле потрібно засіяти.

За допомогою коефіцієнта конкуренції $a_{ij}$, значення якого залежить передусім від ступеня подібності потреб популяцій у тих чи інших ресурсах, за допомогою добутку $a_{ij} \cdot x_i(t) \cdot x_j(t)$ оцінюють конкурентну дію *i*-ої популяції на *j*-ту популяцію у розрахунку на одну особину. Якщо $a_{ij} < a_{ji}$, то це означає, що *i*-й вид менше впливає на *j*-й вид і тоді важливішою стає внутрішньовидова конкуренція.

У системі рівнянь четверте рівняння схоже на логістичне рівняння аменсалітичної[1] моделі Ферхюльста [30], яка моделює безконкурентне зростання «хижака», обмеженням якого є тільки внутрішньовидові конфлікти.

Як можна бачити з останньої формули в (1), аналіз ефективності злиття і поглинання проводиться за показником чистого приведеного ефекту синергії NPVS на основі моделі дисконтованого майбутнього потоку. В цій моделі потік коштів у l-й рік для акціонерів у результаті M&A розраховується за формулою:

$$\Delta y_l = \Delta S - \Delta C - \Delta T - \Delta NWC - \Delta Capex \pm \Delta L + \Delta Debt - \Delta I,$$

де $\Delta S$ – приріст виручки (sales); $\Delta C$ – економія на витратах (costs); $\Delta T$ – економія на податку на прибуток (tax); $\Delta NWC$ – економія на інвестиціях в оборотний капітал (net working capital); $\Delta$Capex – економія на капіталовкладеннях (capital expenditure); $\pm \Delta L$ – зростання доходів (+) / зменшення витрат (-) внаслідок синергетичного ефекту від об'єднання команди (labor); $\Delta Debt$ – зміна чистого боргу з урахуванням фінансової синергії (debt); $\Delta I$ – додаткові інвестиції на реструктурування (investment).

Процеси ресурсно-технологічної та поведінкової динаміки окремих популяцій підприємств забезпечують пошук ефективніших корпоративних управлінських стратегій, зміну способів адаптації організації до мінливих умов, дають змогу визначити характерні для даної популяції стадії ЖЦП, тобто етапи розвитку.

Труднощі використання еволюційних моделей полягають головним чином у непередбачуваності їх поведінки. Причому чим вища складність системи, тим більша вірогідність того, що вона змінить модель своєї поведінки за певних змін середовища. Підприємства не завжди проявляють ту певну послідовність

1 *Взаємодія двох популяцій, згідно з якою одна без будь-якої власної вигоди або шкоди пригнічує існування іншої, не протидіючи їй.*

змін у часі, як це відбувається у біологічних системах. Відповідно, визначити тривалість етапів життєвого циклу важко, адже на неї впливає чимало чинників.

Проте, з огляду на численні зворотні зв'язки еволюційні процеси є суттєво нелінійними. Наслідок подібної нелінійності – наявність як прямого, так і опосередкованого впливу різних подій (наприклад, входження нових підприємств до популяції підсилює конкурентний тиск на інші підприємства і стимулює їхню адаптацію) та неможливість розкладання траєкторії на окремі складові, детерміновані винятково дією певного механізму.

У нелінійній динаміці та синергетиці стан будь-якої динамічної системи характеризується розміщенням відповідної точки у фазовому просторі, координатами якої є значення мезо- і мікропараметрів на параметричній діаграмі [2, 5, 6, 8, 13, 31, 32]. Стану системи еволюційного прогнозування синергетичного ефекту злиття та поглинання підприємств у певний момент часу у фазовому просторі відповідає точка з координатами $x_{i=\overline{1,3}}(t), y(t)$, $NPVS(t)$, яка відображає миттєвий стан топологічної структури системи. У процесі еволюції ця точка протягом певного часу переміщується вздовж деякої лінії фазової траєкторії.

Ці траєкторії визначають якісні характеристики системи. До них належать насамперед точки еволюційного етапу розвитку, що відповідають режимам періодичних коливань системи, і замкнуті траєкторії (цикли), які відповідають режимам фази стрибка. Буде режим стійким чи ні, можна з'ясувати з поведінки сусідніх траєкторій: стійкої рівноваги (циклу, що притягує дедалі ближчі траєкторії), або нестійкої рівноваги (якщо не притягує). Нарешті, в світлі сформульованих питань інтерес становлять форми локусів тяжіння (осередків локалізації) різних стійких режимів і межі цих локусів.

Отже, завдання якісного дослідження системи, що залежить від низки параметрів, полягає в тому, щоб описати всі можливі в ній біфуркації, розбити множину біфуркаційних значень параметрів на локуси та розпізнати їх за різними типами грубих фазових портретів, побудувати для кожного локусу фазовий портрет, що відповідає йому, і визначити числові характеристики станів біфуркації на різних стадіях розвитку сценаріїв життєвого циклу підприємств (спад (летальна), експлерент (народження), патієнт (розвиток), віолент (зрілість), комутант (розквіт)). Графічна інтерпретація стадій життєвого циклу підприємств за еволюційною траєкторією у фазовому просторі наведена на Рисунку 1.

У зображеному на Рисунку 1 тривимірному фазовому портреті життєвий цикл повторює траєкторію еволюції спільнот популяцій рослин, емпірично отриману біологом Граймом [11] у дослідженні основних типів екологічних стратегій поводження (відповідних реакцій рослин на зміни зовнішнього середовища). На наш погляд, стадії розвитку ЖЦП проходять у біфуркаційних періодах і циклах аналогічний шлях. Згідно з принципами самоорганізації соціально-економічна система набуває основного потенціалу змін у точці біфуркації, за якою відбуваються переміни в поведінці системи, корегування зв'язків її елементів. В еволюційний добіфуркаційний період розвитку структури популяція забезпечує стабільність, гасячи флуктуації, що виникають всередині та походять із зовнішнього середовища.

Прогнозування синергетичного ефекту злиття та поглинання підприємств на основі параметричного дослідження стану системи можливе лише за фіксації частини фазових координат і відповідної побудови «зрізу» параметричної діаграми в окремих випадках для різних стадій (спад, експлерент, патієнт, віолент та комутант) розвитку сценаріїв життєвого циклу підприємств (летальна, народження, розвиток, зрілість та розквіт, відповідно).

Параметричне дослідження побудованої системи (1) здійснено за допомогою двовимірних зрізів параметричного простору, отриманих у середовищі Matlab [14]. Для цього проводилося сканування параметричної площини обраної пари параметрів $x_{i=\overline{1,3}}(t), y(t)$, $NPVS(t)$ за умови, що інші фіксовані. У кожній точці цієї площини визначався тип стану рівноваги кожного стану досліджуваної системи, яким відповідають різні локуси.

Найсуттєвішим при цьому є вивчення характеру режимів, які встановлюються в системі після завершення


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

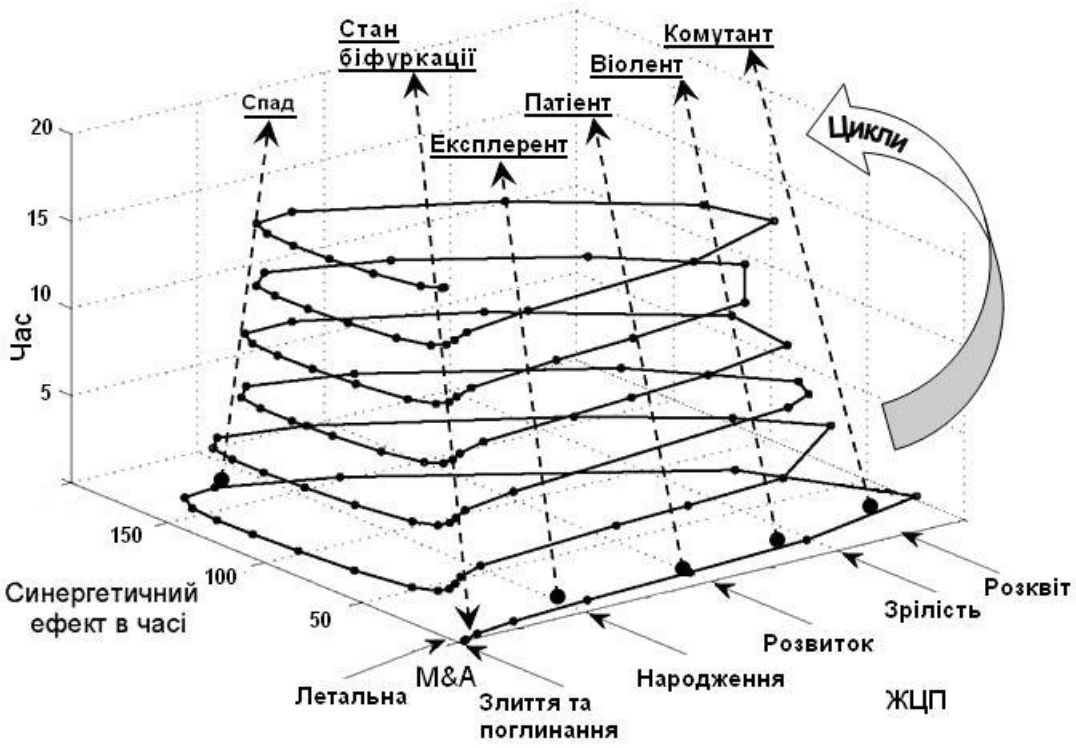



**Рисунок 1.** Тривимірний фазовий портрет життєвого циклу розвитку підприємства

Джерело: розроблено авторами

перехідного процесу. Загалом у системі, залежно від початкових умов, можуть встановлюватися різні режими сценаріїв самоорганізаціїї популяції. У разі зміни параметрів системи можуть спостерігатися такі типи її поведінки:

- після втрати стійкої рівноваги система переходить до коливального періодичного стійкого режиму (м'яка втрата стійкості);
- перед тим, як стаціонарний режим втратить стійкість, локус протяжності цього режиму звужується і будь-які випадкові збурення викидають систему з цього локусу ще до того, як локус протяжності повністю зникне (жорстка втрата стійкості);
- система виходить із стаціонарного стану стрибкоподібно і перестрибує на новий режим руху.

На Рисунку 2 і 3 наведені параметричні діаграми моделі для відповідних сценаріїв ЖЦП: розквіт та летальна.

Як і класичні моделі, стаціонарні розв'язки біолого-екологічних систем у межах моделі Лотки-Вольтерри на параметричній діаграмі мають точки рівноваги, до яких прямують стани системи в осях $x_{i=\overline{1,3}}(t), y(t)$ за різних значень сталих величин, утворюючи стійкі та нестійкі вузли, як можна бачити на Рисунку 2, 3.

Результат при цьому завжди однаковий – збільшення навантаження понад певне критичне значення спричинює руйнування трофічної спільноти, а саме поступове зникнення продуцента (корів), а за низького біотичного самовідтворення потенціалу сировини – поступове зникнення консумента і «хижака» також. В останньому ж випадку одночасне зникнення продуцента і «хижака» відбувається внаслідок перетину небезпечного параметричного кордону існування популяції. Однак природа цієї небезпечної межі та, відповідно, критерії наближення до неї, можуть бути різними. Втім, для досліджуваної системи перший «натяк» на наближення до небезпечної межі має універсальний характер – це виникнення м'яких автоколивань, які можна бачити на Рисунку 3.

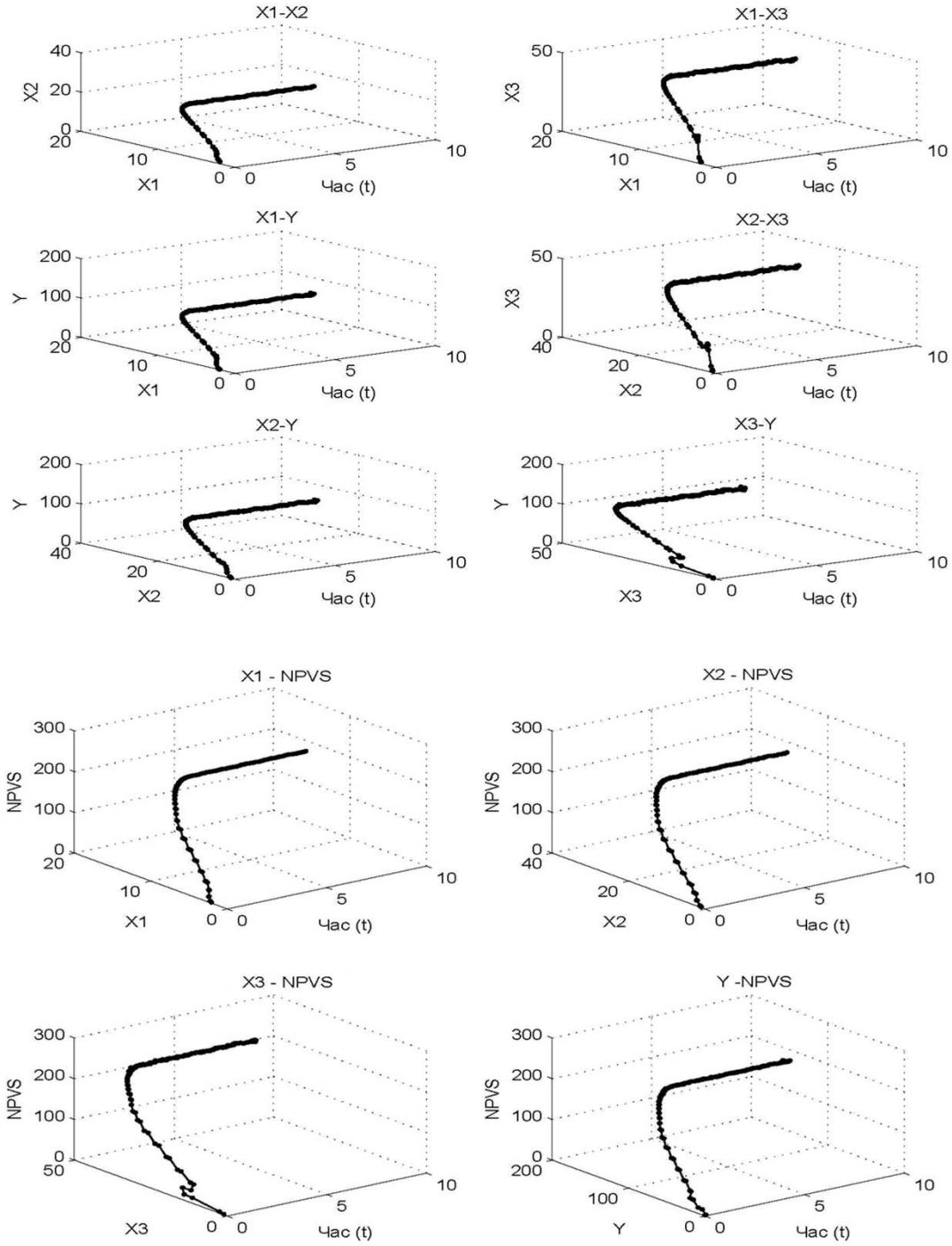



**Рисунок 2.** Параметричні діаграми моделі (сценарій ЖЦП «розквіт»)

Більш чіткі критерії наближення до небезпечної параметричної межі можуть бути різними, залежно від значення біотичного потенціалу продуцента. У разі великих і малих значень біотичного потенціалу критерієм наближення до небезпечної межі є виникнення характерної релаксації та, можливо, ускладнення форми коливань. За проміжних значень біотичного потенціалу свідченням наближення до небезпечної межі є серія послідовних подвоєнь періоду автоколивань і виникнення режиму квазістохастичних коливань (Рисунок 3).

Можливості управління коливаннями фазових змінних приділяється особлива увага в аналізі біфуркаційних діаграм. Сутність методу фазової площини полягає у побудові фазових траєкторій з диференціальних рівнянь у системі координат: вісь $x_{i=\overline{1,3}}(t), y(t)$ – значення досліджуваної величини,


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

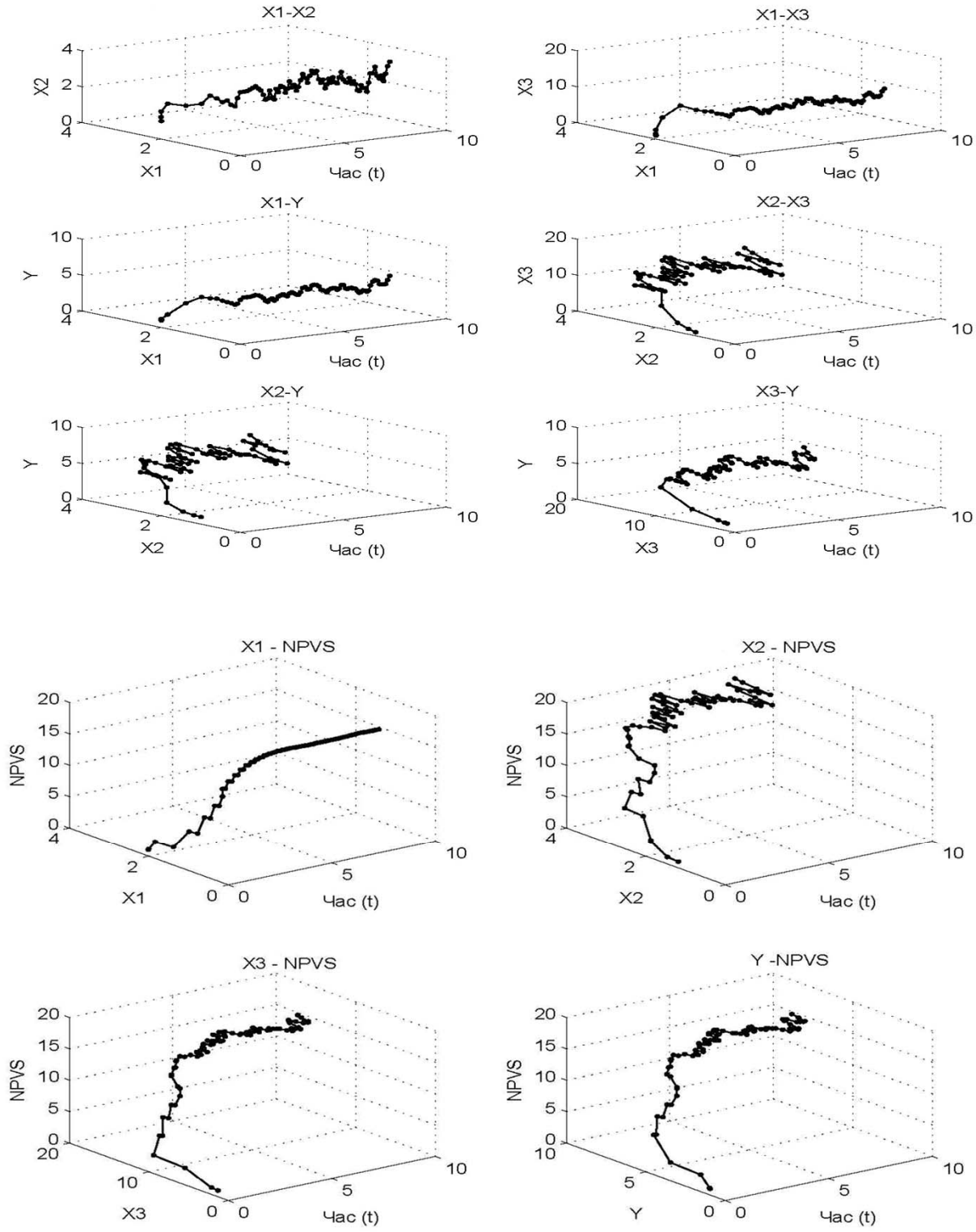



**Рисунок 3.** Параметричні діаграми моделі (сценарій ЖЦП «летальна»)

вісь $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt}$, $\frac{dy(t)}{dt}$ – похідна функція. Процес зміни станів є рухом точки по траєкторії на фазовій площині. У цьому випадку координата по осі ординат фазової площини вказує на швидкість змінювання відповідної координати по осі абсцис.

http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

Таке подання дає змогу наочніше показати зв'язок на фазовому портрету еволюцію системи у часі $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, $y(t)$ та її швидкості $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt}$, $\frac{dy(t)}{dt}$.

Найбільш змістовною інформацією для нас є виділення тільки стійких особливих точок у досліджуваних локусах параметричного простору діаграм фазових траєкторій. Візуальний аналіз отриманих фазових траєкторій спонукає до висновку про спорідненість поведінки інформаційних потоків різних сценаріїв ЖЦП.

Вплив на систему як зовнішніх, так і внутрішніх флуктуацій різного роду заснований на дії двох ефектів: петлі позитивного зворотного зв'язку і кумулятивного ефекту. Флуктуації, що впливають на систему, залежно від своєї сили матимуть абсолютно різні для неї наслідки. Якщо флуктуації відкритої системи слабкі (особливо це стосується флуктуацій керуючого параметра або підсистеми), то система відповість на них виникненням сильних тенденцій повернення до попереднього стану, структури або поведінки, що розкриває глибинну причину невдач багатьох економічних реформ. Якщо флуктуації дуже сильні, система може руйнуватись. І, нарешті, третя можливість полягає у формуванні нової дисипативної структури і зміні стану, поведінки та/або складу системи [17].

Петля позитивного зворотного зв'язку уможливлює в далеких від рівноваги популяцій посилення дуже слабких збурень до гігантських хвиль, що руйнують структуру, спонукають систему до різкої перебудови, якісного стрибка. Подібне розуміння дозволяє глибше збагнути природу багатьох соціально-економічних процесів, зокрема, в еволюційному економічному розвитку, економічних циклах тощо. Синергетичний ефект взаємодії факторів полягає в тому, що незначна причина зумовлює ланцюг наслідків, кожен з яких є дедалі суттєвішим. Нерідко він пов'язаний з петлею позитивного зворотного зв'язку [4].

Будь-який з описаних сценаріїв ЖЦП може реалізуватися в точці біфуркації, спричиненої флуктуаціями, в якій система випробовується на стійкість. Якщо рівновага є вузлом або фокусом, то напрямок руху за фазовими траєкторіями однозначно визначається її стійкістю або нестійкістю. Отже, під час руху між точками біфуркації система розвивається за властивою їй траєкторією. У кожній точці біфуркації система вибирає шлях подальшого розвитку – нову траєкторію свого руху.

У випадку представлення точки біфуркації фокусом необхідно встановити напрямок ординати точки, що рухається фазовою траєкторією «закручування» спіралі за годинниковою стрілкою, якщо $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt} = cx_{i=\overline{1,3}}(t) > 0$ при $x_{i=\overline{1,3}} > 0$, або «розкручування» проти, якщо $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt} = cx_{i=\overline{1,3}}(t) < 0$ при $x_{i=\overline{1,3}} > 0$. Це визначають знаком похідної $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}}{dt}$ у точках осі x.

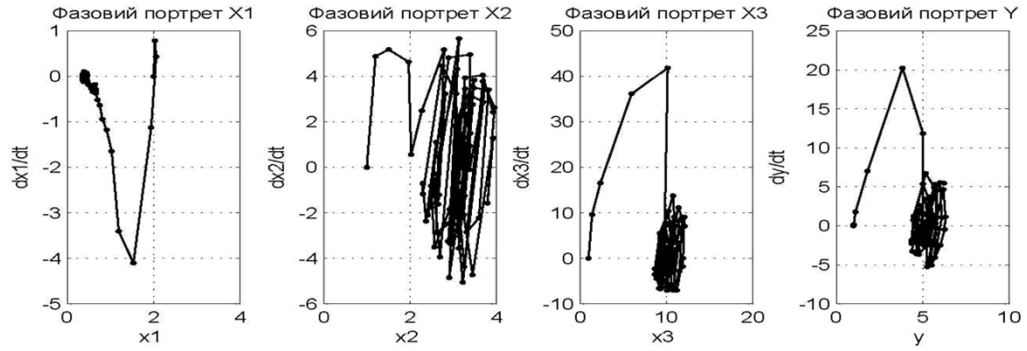
Згасаючий коливальний процес зображений на фазовій площині у вигляді збіжної спіралеподібної кривої, як можна бачити на Рисунках 4-6. За локальними точками біфуркації можна простежити, спостерігаючи розвиток малих збурень у системі.

Фазові портрети біфуркаційних діаграм моделей ЖЦП у площині $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt}$, $\frac{dy(t)}{dt}$ від $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, $y(t)$, відповідно, на Рисунках 4-6 є розвитком павутинної діаграми. Ця павутинна крива, до якої при $t \to \infty$ прагнуть розв'язки задачі Коші, є атрактором з граничним циклом.

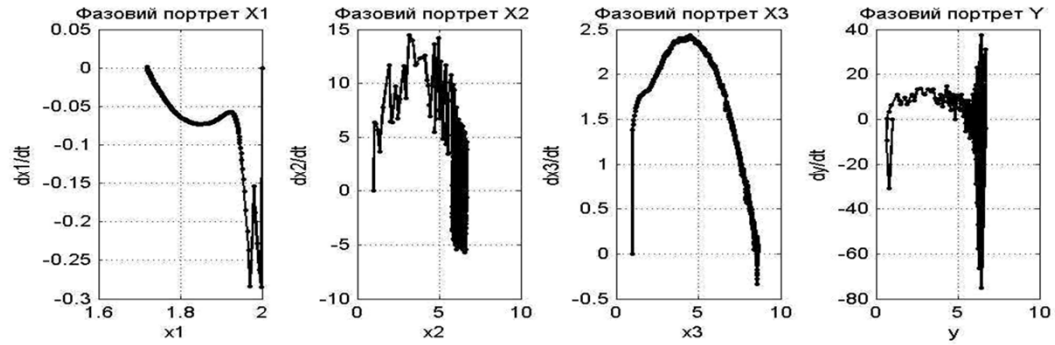
Це дає змогу досліджувати режими, в яких перебуває система, коли задано певний діапазон параметра. Точками на біфуркаційних діаграмах позначені стани системи при розрахованих на реальних даних коефіцієнтах моделі ЖЦП.


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

а)




б)




в)

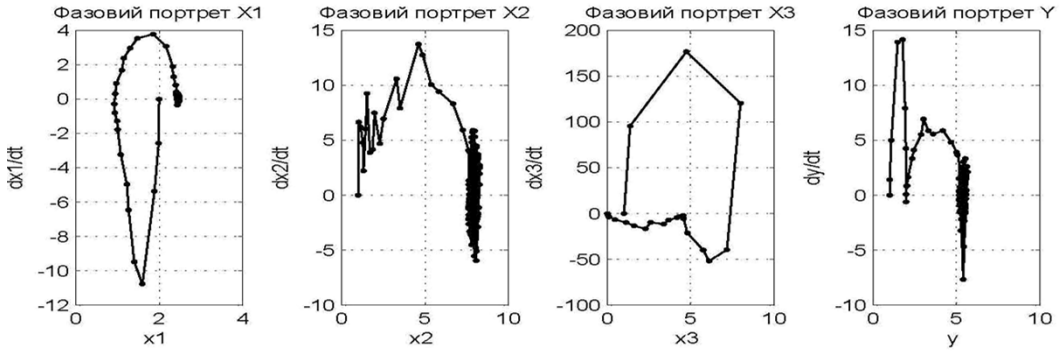



**Рисунок 4.** Фазові портрети біфуркаційних діаграм моделі: сценарії ЖЦП а) летальна, б) народження, в) розвиток

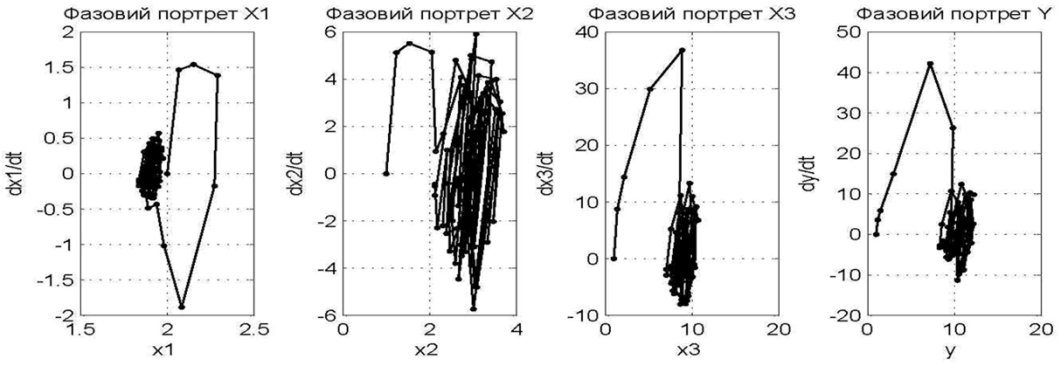
У верхній півплощині на Рисунках 4-6 зображувальна точка рухається вздовж фазової траєкторії зліва направо, тобто у бік збільшення $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, $y(t)$, бо там швидкість є додатною ($\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt} > 0, \frac{dy(t)}{dt} > 0$)); у нижній півплощині, навпаки, зображувальна точка рухається справа наліво (в нижній частині графіків набільша швидкість падіння відповідного показника, тому й його значення знижується).

Періодичні процеси (Рисунки 4-6) на фазовій площині мають вигляд замкненої кривої. За один період коливань сценарію ЖЦП зображувальна точка оббігає весь замкнений контур, відтак повторює рух по ньому.

Монотонно згасаючому процесу відповідає на фазовій площині крива, що монотонно наближається до рівноваги (Рисунок 6. а), б), в) розквіт), а монотонно розбіжному процесу – крива, яка монотонно віддаляється від рівноваги (наприклад, на площині $\frac{dx_2(t)}{dt}$ від $x_2(t)$ на Рисунку 4 (а) летальна, б) народження). В міру наростання внутрішньої нерівноваги система наближається до біфуркаційної зони, в якій її еволюційний шлях розгалужується і стає невизначеним.

http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

а)




б)

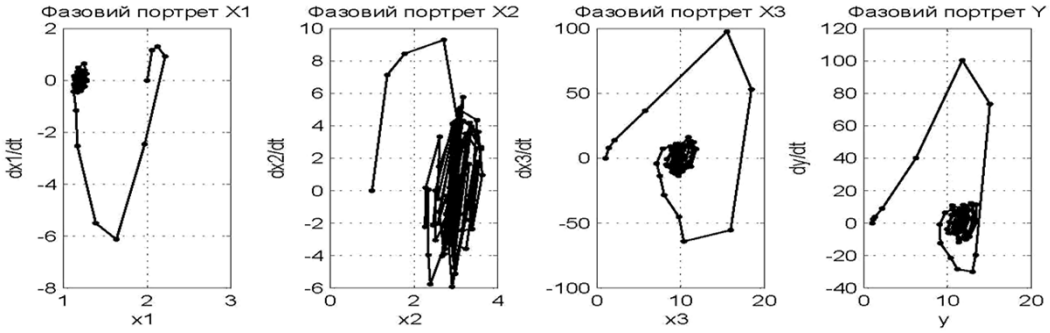



**Рисунок 5.** Фазові портрети біфуркаційних діаграм моделі: сценарій ЖЦП а), б) зрілість

Основні проблеми, що гальмують поступальний розвиток молочної промисловості, обумовлені скороченням сировинної бази $x_2(t)$, яка постачається на переробку, що можна бачити на Рисунку 6 за зниженням швидкості $\frac{dx_2(t)}{dt}$.

В окремих випадках, вивчивши поведінку фазових кривих у локусі стану рівноваги вдається вирішити глобальне завдання якісної теорії – визначити поведінку фазових кривих системи (1) на всій фазовій площині або з'ясувати структуру розбиття фазової площини на траєкторії. Отже, дослідження локусу стану рівноваги (Рисунок 6. а), б), в) розквіт) – це локальна задача визначення площі частини діаграми з найбільшою щільністю рухів фазової кривої. До них належать передусім точки рівноваги, що відповідають стаціонарним режимам системи, і цикли (замкнуті траєкторії), які відповідають режимам періодичних коливань.

Буде режим стійким чи ні, можна з'ясувати з поведінки сусідніх траєкторій: стійка рівновага або цикл притягує дедалі ближчі траєкторії, нестійка – відштовхує хоча б деякі з них. Особливий інтерес становлять локуси тяжіння різних стійких режимів і кордони цих локусів.

Біфуркаційні процеси самоорганізації виникнення порядку, що відображені кривою в площині $\frac{dx_2(t)}{dt}$ від $x_2(t)$ на Рисунку 4 (а) летальна, б) народження) з хаосу, породжуваного флуктуаціями, змушують по-іншому поглянути на роль хаосу. Фазові портрети на Рисунку 4 (а, б), які ілюструють граничні цикли руху (автоколивання), характерні для локусів стійкості і діаграми миттєвих значень швидкості зміни $\frac{dx_2(t)}{dt}$ сировини $x_2(t)$.

На фазових портретах на Рисунку 5 (сценарій ЖЦП а) б) зрілість) спостерігається вкраплення хаотичного


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

а)

б)

в)

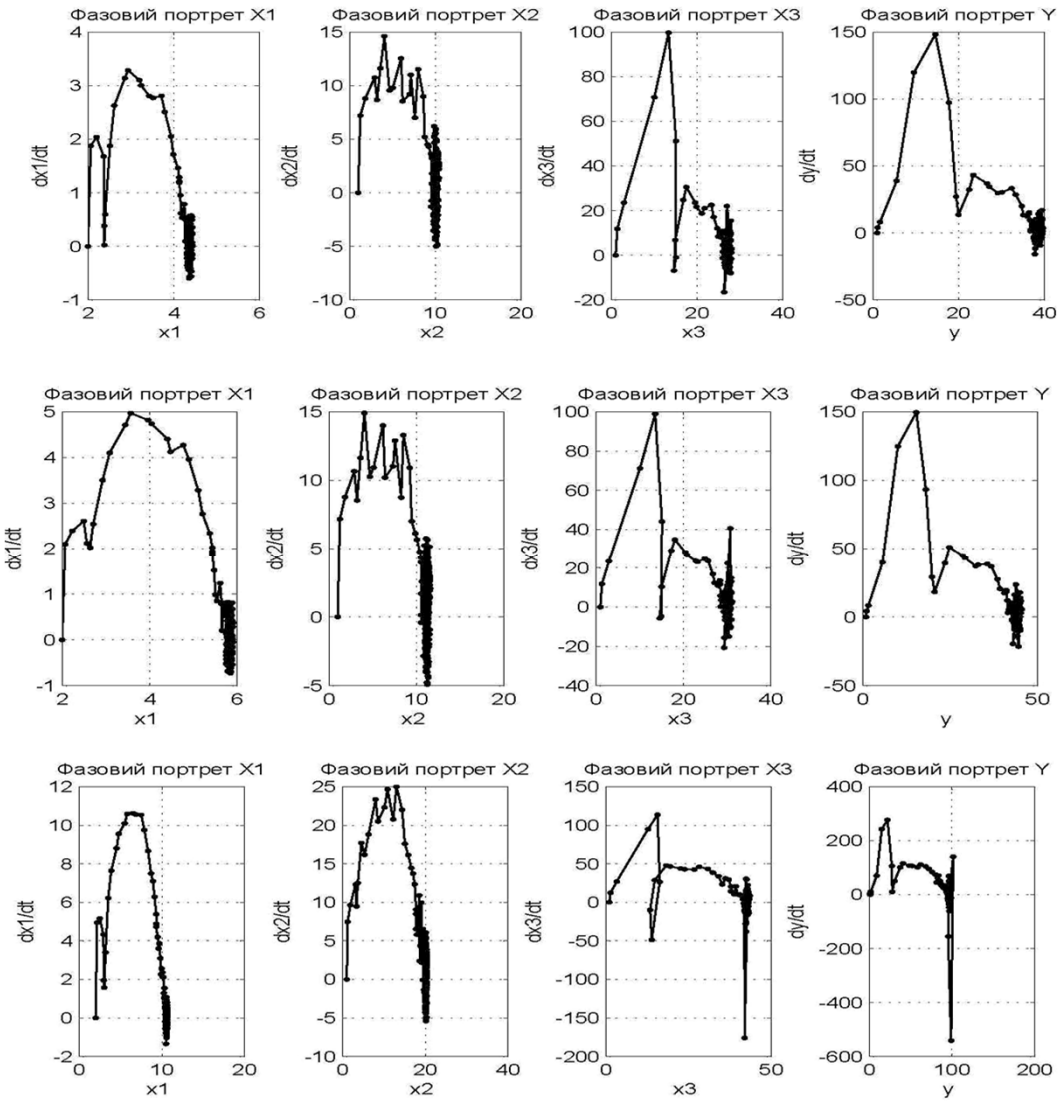



**Рисунок 6.** Фазові портрети біфуркаційних діаграм моделі: сценарій ЖЦП а), б), в) розквіт

стану сировини $x_2(t)$ і початок м'якого переходу з циклового режиму в перехідний – у локус зміни хаосу та порядку. На фазових портретах (Рисунок 6. а) б) в) розквіт) з'являються високочастотні коливання $\frac{dx_{i=\overline{1,3}}(t)}{dt}$, $\frac{dy(t)}{dt}$, що підтверджує вихід системи популяцій підприємств з хаосу еволюційних процесів до самоорганізації (при цьому значення $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, $y(t)$ практично не змінюються).

Принциповим моментом у розпізнаванні стану біфуркації є конкретний вибір того геометричного параметра, який найповніше її характеризує і підлягає фрактальній параметризації. Серед можливих геометричних параметрів просторових форм, що утворюються на поверхні графіків, ми обрали площу затемненої поверхні графіка біфуркації (з найбільшою щільністю рухів фазової кривої), оскільки її форма, розташування та розмір відповідають локусам стійкості (атракторам) і типу поводження параметрів $x_{i=\overline{1,3}}(t), y(t)$ еволюційного процесу.

Результати розпізнавання темних пікселів наведені нижче, де перше значення в кожному рядку показуватиме кількість пікселів чорного (#000000 black) і білого (#FFFFFF white) кольорів. Наприклад, площа затемненої поверхні графіка біфуркації на Рисунку 4 (а) летальна) у відсотках:

http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

3463*100%/96297=3.60%. Дані розрахунків площі затемненої поверхні усіх графіків на Рисунках 4-6 у відсотках для подальшого розпізнавання біфуркації ЖЦП підприємств наведені в Таблиці 1.

**Таблиця 1.** Дані для розпізнавання стану біфуркації ЖЦП підприємств

| Модельні сценарії розвитку ЖЦП популяцій підприємств | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Сценарій** | **Спад–криза (летальна) (Рисунок 4. а)** | **Експлерент (народження) (Рисунок 4. б)** | **Патієнт (розвиток) (Рисунок 4. в)** | **Віолент (зрілість) (Рисунок 5. а, б)** | | **Комутант (розквіт) (Рисунок 6. а, б, в)** | | |
| $x1(t)$ | 3.60% | 6.06% | 4.82% | 6.68% | 4.41% | 5.74% | 6.04% | 5.96% |
| $x2(t)$ | 25.62% | 15.32% | 8.18% | 26.58% | 19.53% | 6.58% | 8.38% | 6.80% |
| $x3(t)$ | 7.77% | 7.21% | 4.11% | 8.73% | 6.50% | 6.49% | 6.35% | 5.87% |
| $y(t)$ | 7.58% | 11.59% | 6.08% | 7.33% | 6.73% | 4.99% | 5.50% | 4.99% |
| NPVS, ум. од. | 18 | 12 | 14 | 33 | 38 | 105 | 125 | 240 |

Джерело: розроблено авторами самостійно на основі розрахунків площі затемненої поверхні графіків біфуркації у відсотках

Для аналізу розпізнавання біфуркації ЖЦП підприємств використовуємо задачу локусизації стану біфуркації, яка описується таким чином. Дано множину об'єктів станів ЖЦП $I = \{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$, кожен з яких характеризується вектором $z(t), t = \overline{1,8},$ атрибутів (параметрів): $z(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), y(t), NPVS(t)\}$ Потрібно побудувати множину локусів С станів біфуркації та відображення $F$ множини $I$ (динаміка доходів *NPVS*) на множину *C*, тобто $F$: $I \to C$. Завдання локусизації полягає в побудові множини $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_g\}$, де $c_g$ – локус, що містить «схожі» об'єкти з множини *I*.

Відображення множини станів ЖЦП *I* на множину локусів *C* у дослідженні вирішено здійснити шляхом кластеризації із застосуванням карт Кохонена, що самоорганізуються. Навчальна множина для налаштування нейромережі Кохонена складається лише зі значень вхідних змінних, наведених у Таблиці 1. У результаті карта Кохонена розподілила вхідні приклади з Таблиці 1 за п'ятьма окремими локусами ЖЦП (летальна, народження, розвиток, зрілість, розквіт). На Рисунку 7 можна бачити розподіл багатовимірних вхідних даних на площині нейронів і спостерігати залежності між значеннями окремих змінних.

На Рисунок 7 показана візуалізація ваг, які з'єднують кожен елемент вхідного вектора з кожним нейроном карти Кохонена. Світліші та темніші кольори позначають відповідно великі та малі ваги. Через візуальне вивчення топології розподілу ознак поверхнею компонентних фігур на Рисунку 7 можемо наочно представити взаємовплив вхідних даних $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, y(t). Кожна компонентна площина відображає структуру розподілу однієї з компонент вхідного вектора даних на карті Кохонена. Оскільки компонентні фігури вагових позицій характеристик затемненості станів біфуркації ЖЦП підприємств за $x_{i=\overline{1,3}}(t)$, y(t) схожі між собою, це свідчить про високу взаємну кореляцію компонентів (позитивну чи негативну).

За розподілом кластерів для множини значень NPVS = {18, 12, 14, 33, 38, 105, 125, 240} можна зробити висновок, що значення чистого приведеного ефекту синергії повністю відповідають станам ЖЦП.

Для аналізу результатів кластеризації корисно знати, скільки векторів вхідних даних пов'язано з кожною клітинкою (нейроном) карти. Для цього будується діаграма влучень прикладів у нейрони (Рисунок 8), а також уніфікована матриця відстаней (Рисунок 9), яка відображає відстань між векторами ваг сусідніх нейронів.


http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

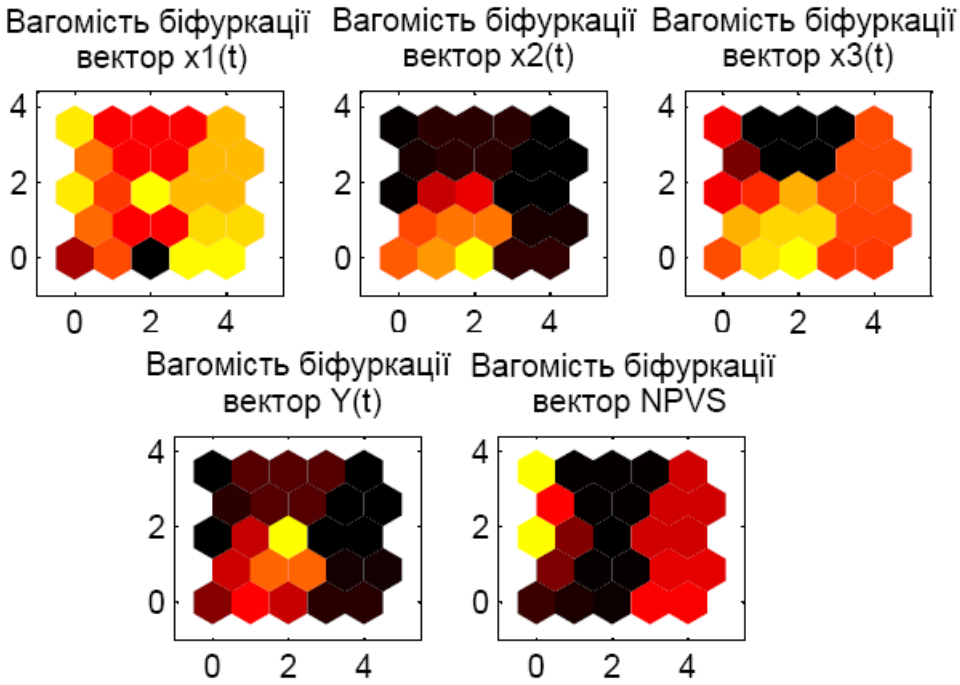



**Рисунок 7.** Компонентні фігури вагових позицій параметрів стану біфуркації ЖЦП підприємств

Як видно з Рисунку 8, вхідні приклади розподілені за невеликою кількістю нейронів (при цьому всі інші нейрони також отримали свої вагові коефіцієнти в результаті самоорганізації карти Кохонена, утворивши відповідні кластери). На уніфікованій матриці відстаней (Рисунок 9) кольори в ділянках відображають відстань між нейронами – чим темніший колір, тим більше відстань між ними.

Як видно з Рисунок 9, нейрони у правій частині карти мають близькі між собою відстані та чітко відокремлені вертикальною темною полосою від решти карти (що свідчить про значну відстань до сусідніх нейронів). Ці нейрони утворюють окремий кластер, до якого потрапило два приклади з навчальної вибірки – у четверті нейрони третього та п'ятого рядків карти, що можна побачити, порівнюючи Рисунок 9 з Рисунком 8. Аналогічним чином сформовані всі вісім кластерів карти, як разом відображають п'ять локусів ЖЦП (летальний, народження, розвиток, зрілість, розквіт).

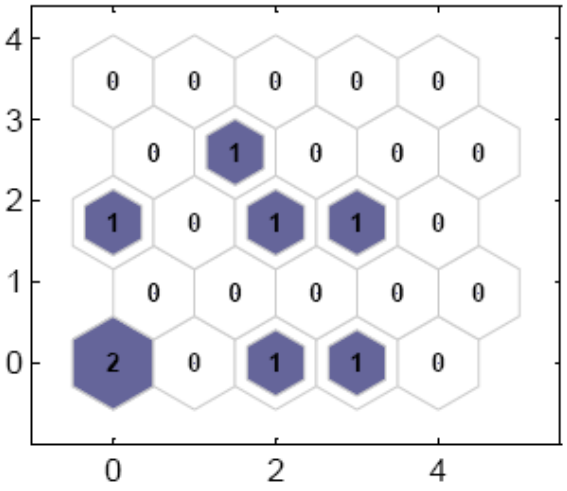


**Рисунок 8.** Діаграма влучень прикладів у нейрони гексагональної конфігурації

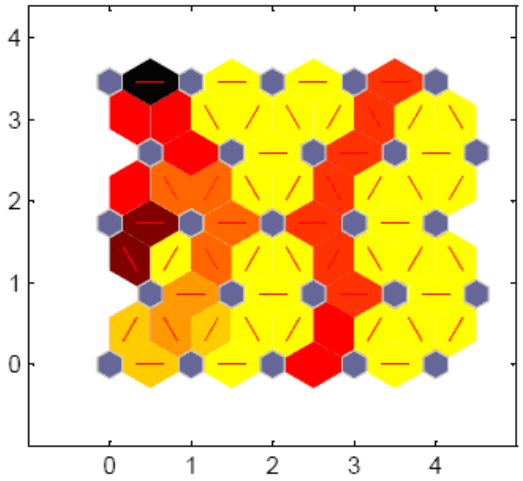


**Рисунок 9.** Уніфікована матриця відстаней

http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

Побудовану самоорганізаційну карту Кохонена можна застосовувати при розпізнаванні фазових портретів біфуркаційних діаграм, діагностування сценарію життєвого циклу підприємств та прогнозування їх подальшого розвитку.

## ВИСНОВКИ

У статті досліджуються процеси розвитку складних систем з позицій теорії хаосу. Показано, що якщо система знаходиться у стані рівноваги, тоді до чергової точки біфуркації вона розвивається за законами, властивими закритим системам. Якщо хаос, породжений точкою біфуркації, затягується, то можливе руйнування системи, внаслідок чого її компоненти раніше чи пізніше входять складовими до іншої системи і притягуються вже її атракторами. Якщо система, нарешті, притягується певним атрактором, то формується новий тип динамічного стану системи, більш пристосований до змінених умов навколишнього середовища.

Попри складність хаотичних атракторів, дослідження фазового простору дає змогу відобразити поведінку системи в геометричній формі та, відповідно, певним чином прогнозувати її. І хоча передбачити конкретну точку фазового простору, в якій перебуватиме система в конкретний момент часу, практично неможливо, проходження об'єктом певної області простору та його спрямування до атрактора передбачувані.

У статті проведено дослідження параметрів явищ, які відбуваються в разі переходу через біфуркаційні (критичні) ситуації на різних етапах життєвого циклу підприємств. З цією метою запропоновано підхід, згідно якого необхідно побудувати параметричний портрет системи та розбити його на локуси з якісно різними типами динамічної поведінки. Такий параметричний портрет разом з відповідними фазовими портретами в графічному вигляді містить інформацію про можливі в системі динамічні режими та їх якісні перебудови.

Зручність застосування параметричних діаграм полягає в тому, що вся сукупність можливих форм перехідних процесів за будь-яких початкових умов подається у вигляді графічного відображення єдиної розмірності. Це дає зручний для аналізу портрет динамічної еволюції системи, розбитий на траєкторії, та забезпечує можливість проведення оцінки сукупності процесів, що можуть виникнути за різних початкових умов.

З метою проведення аналізу можливих сценаріїв динамічних режимів проходження процесів злиття та поглинання підприємств було розроблено нейромережевий інструментарій, основою якого слугували самоорганізаційні карти Кохонена, що здійснювали розпізнавання фазових портретів біфуркаційних діаграм життєвого циклу підприємств за п'ятьма окремими класами відповідно до етапів їх розвитку (летальний, народження, розвиток, зрілість та розквіт). В результаті проведеного експериментального дослідження виявлено характерні режими перебігу еволюції економічних систем, зроблено висновки щодо механізмів впливу зовнішнього середовища та внутрішньої структури на режим еволюції популяцій підприємств.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. Alchian, A. (2007). Неопределенность, эволюция и экономическая теория [Neopredelennost, evolyutsiya i ekonomicheskaya teoriya]. In Y. I. Kuzminov (Ed.), *Istoki: iz opyta izucheniya ekonomiki kak struktury i protsessa* (pp. 33-52). Moscow: GU-VShE. Retieved from http://ecsocman.hse.ru/data/985/692/1219/section3_istoki.pdf
2. Amelkin, V. V., Lukashevich, N. A., & Sadovskiy, A. P. (1982). *Нелинейные колебания в системах второго порядка [Nelineynyye kolebaniya v sistemakh vtorogo poryadka]* (208 p.). Minsk: BGU.
3. Arnold, V. I. (1978). *Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Dopolnitelnyye glavy teorii obyknovennykh differentsialnykh uravneniy]* (304 p.). Moscow: Nauka.
4. Bautin, N. N., & Shilnikov, L. P. (1980). Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости состояний равновесия и периодических движений (опасные и безопасные границы) [Povedeniye dinamicheskikh sistem vblizi granits oblasti ustoychivosti sostoyaniy ravnovesiya i periodicheskikh dvizheniy (opasnyye i bezopasnyye granitsy)]. In Marsden, D., & Mak-Kraken, M. (Eds.), *Бифуркация рождения цикла и ее приложения [Bifurkatsiya rozhdeniya tsikla i eye prilozheniya]* (pp. 294-316). Moskva: Mir.



http://dx.doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.03

5. Bazykin, A. D. (2003). *Нелинейная динамика взаимодействующих популяций [Nelineynaya dinamika vzaimodeystvuyushchikh populyatsiy] (368 p.).* Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy.
6. Bazykin, A. D., & Buriyev, T. I. (1981). Модель динамики системы хищник-жертва с учетом насыщения хищника, конкуренции хищника за жертву и конкуренции жертв [Model dinamiki sistemy khishchnik-zhertva s uchetom nasyshcheniya khishchnika. konkurentsii khishchnika za zhertvu i konkurentsii zhertv]. *Studia biophysica, 83*(2), 123-130.
7. Bazykin, A. D., & Khibnik, A. I. (1981). О жестком режиме возбуждения автоколебаний в модели типа Вольтера [O zhestkom rezhime vozbuzhdeniya avtokolebaniy v modeli tipa Voltera]. *Biofizika, 26*(5), 851-853.
8. Danilov, Y. A. (2006). *Лекции по нелинейной динамике* [*Lektsii po nelineynoy dinamike]* (208 p.). Moscow: KomKniga.
9. Gauze, G. F., & Vitt, A. A. (1934). О периодических колебаниях численности популяций. Математическая теория релаксационного взаимодействия между хищниками и жертвами и ее применение к популяции двух простейших [O periodicheskikh kolebaniyakh chislennosti populyatsiy. Matematicheskaya teoriya relaksatsionnogo vzaimodeystviya mezhdu khishchnikami i zhertvami i eye primeneniye k populyatsii dvukh prosteyshikh]. *Izvestiya AN SSSR. Otdeleniye meditsinskikh, matematicheskikh i estestvennykh nauk, 10*, 1551-1559.
10. Gayko, V. A. (2011). Глобальный бифуркационный анализ квартичной модели «хищник – жертва» [Globalnyy bifurkatsionnyy analiz kvartichnoy modeli «khishchnik – zhertva»]. *Kompyuternyye issledovaniya i modelirovaniye, 3*(2), 125-134.
11. Grime, J. P. (1979). *Plant strategies and vegetation processes* (222 p.). Chichester: John Wiley & Sons.
12. Hainzl, J. (1988). Stability and Hopf bifurcation in a predator-prey system with several parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics, 47*, 170-190.
13. Ivanchenko, G. F., & Dalayin, B. O. A. (2016). Синергетична когерентність біфуркаційних еволюційних процесів злиття та поглинання підприємств [Synerhetychna koherentnist bifurkatsiinykh evoliutsiinykh protsesiv zlyttia ta pohlynannia pidpryiemstv]. *Problemy ekonomiky, 3*, 293-299. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pekon_2016_3_39
14. Ivanchenko, G. F., Dalayin, B. O. A., & Ivanchenko, N. O. (2016, January 25). *Ukrainian Patent No. UA 104435 U*. Kyiv: Ukrainian Institute of Intellectual Property.
15. Khibnik, A. I. (1989). LINLBF: A program for continuation and bifurcation analysis of equilibria up to codimension three. In Roose, D., De Dier, B. & Spence, A. (Eds.), *Continuation and Bifurcations: Numerical Techniques and Applications* (pp. 283-296). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
16. Khibnik, A. I., Kuznetsov, Y. A., Levitin, V. V., & Nikolaev, E. V. (1993). Continuation techniques and interactive software for bifurcation analysis of OEDs and iterated maps. *Physica, 62*, 360-371.
17. Khodakivskiy, Y. I., Grabar, I. G., & Tsal-Tsalko, Y. S. (2007). А*вторитаризм, синергетика руйнувань і позитивних змін [Avtoritarizm, sinergetyka ruynuvan i pozytyvnykh zmin]* (206 p.). Zhytomyr: Ruta.
18. Khodzhson, J. (2003). *Экономическая теория и институты: Манифест современной институциональной экономической теории [Ekonomicheskaya teoriya i instituty: Manifest sovremennoy institutsionalnoy ekonomicheskoy teorii]* (464 p.). Moscow: Delo
19. Khodzhson, J. (2008). Эволюционная и институциональная экономика как новый мейнстрим? [Evolyutsionnaya i institutsionalnaya ekonomika kak novyy meynstrim?]. *Ekonomicheskiy vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta, 6*(2), 8-21.
20. Kolesov, Y. S., & Shvitra, D. I. (1979). *Автоколебания в системах с запаздыванием [Avtokolebaniya v sistemakh s zapazdyvaniyem]* (146 p.). Vilnyus: Mokslas.
21. Maltus, T. R. (1993). *Опыт о законе народонаселения [Opyt o zakone narodonaseleniya]* (380 p.). Petrozavodsk: Petrokom.
22. Nelson, R. R., & Winter, S. G. (1982). *An evolutionary theory of economic change* (536 p.). Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.
23. Nozdracheva, V. P. (1982). Бифуркация негрубой петли сепаратрисы [Bifurkatsiya negruboy petli separatrisy]. *Differentsialnyye uravneniya, 18*(9), 1551-1558.
24. Schumpeter, J. A. (1911). *The Theory of Economic Development*. Cambridge: Harvard University Press.
25. Schumpeter, J.A. (1954). *History of Economic Analysis*. New York: Oxford University Press.
26. Shilnikov, L. P. (1980). Теория бифуркаций и модель Лоренца [Teoriya bifurkatsiy i model Lorentsa]. In Marsden, D., & Mak-Kraken, M. (Eds.), *Бифуркация рождения цикла и ее приложения [Bifurkatsiya rozhdeniya tsikla i eye prilozheniya]* (pp. 317-336). Moscow: Mir.
27. Silverberg, D., & Verspagen, B. (1995). Экономическая динамика и адаптация поведения: приложения к одной эволюционной модели эндогенного роста [Ekonomicheskaya dinamika i adaptatsiya povedeniya: prilozheniya k odnoy evolyutsionnoy modeli endogennogo rosta]. In *Эволюционный подход и проблемы переходной экономики [Evolyutsionnyy podkhod i problemy perekhodnoy ekonomiki]* (pp. 149-175). Moscow: IEKRAN.
28. Smith, J. M. (1974). *Models in Ecology* (184 p.). New York: Cambridge University Press.
29. Veblen, T. (1984). *Теория праздного класса [Teoriya prazdnogo klassa]* (368 p.). Moskva: Progress.
30. Verhulst, P. F. (1838). Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique, 10*, 113-121.
31. Yorke, E., & Yorke, A. (1981). Метастабильный хаос: переход к устойчивому хаотическому поведению в модели Лоренца [Metastabilnyy khaos: perekhod k ustoychivomu khaoticheskomu povedeniyu v modeli Lorentsa]. In A.N. Kolmogorov & S.P. Novikov (Eds.), *Strannyye attraktory. Seriya «Matematika. Novoye v zarubezhnoy nauke», 22* (pp. 193-213). Moskva: Mir.
32. Zhang, W.-B. (1991). *Synergetic Economics. Time and Change in Nonlinear Economics*. Berlin: Springer-Verlag.